

Introduction to Finance (25 Spring)

Lecture1. Overview and Basic Concepts

- 金融是人们用来在时间层面上分配稀有资源的学科，用今天的资产换取明天的回报
- real assets**:可以用来生成物品和服务的资产，最终决定生产力，比如说土地、建筑物、机械、知识、员工。
- financial assets**:不直接作用于生产的资产，比如说股票和债券。
- 人们投资financial assets，公司拥有这些钱之后其收益最终来源也是real assets。

Balance Sheet of U.S. Households

Assets 资产			Liabilities and Net Worth 负债		
	\$ Billion	% Total		\$ Billion	% Total
Real assets			Liabilities		
Real estate	\$ 28,816	23.5%	Mortgages 房贷	\$ 10,437	8.5%
Consumer durables 消费耐用品	5,411	4.4	Consumer credit	3,865	3.2
Other	628	0.5	Bank and other loans	1,207	1.0
Total real assets	\$ 34,855	28.4%	Other	219	0.2
Financial assets			Total liabilities	\$ 15,727	12.8%
Deposits and money market shares	\$ 12,442	10.1%	Net worth 净资产		
Life insurance reserves	1,647	1.3			
Pension reserves	26,069	21.3			
Corporate equity	18,106	14.8			
Equity in noncorporate business	13,044	10.6			
Mutual fund shares 公募基金	8,764	7.1			
Debt securities 债券	6,210	5.1			
Other	1,521	1.2			
Total financial assets	\$ 87,802	71.6%			
Total	\$ 122,657	100.0%			
			Net worth	106,929	87.2%
				\$ 122,657	100.0%

- Table 1.1 \rightarrow Financial Assets > Real Assets
- 资产包括real assets + financial assets，负债包括liabilities，二者相减就是净资产net worth。这张图里可以看出，美国家庭的资产大部分集中在金融资产之中。

Aggregate Wealth

- When we aggregate over all balance sheets (households, firms, etc.), these claims cancel out, leaving only real assets as the net worth of the economy.
- These financial securities, which are financial assets of households, are liabilities of the issuers of the securities. For example, a bond that you treat as an asset because it gives you a claim on interest income and repayment of principal from Ford is a liability of Ford, which is obligated to make these payments. Your asset is Ford's liability.

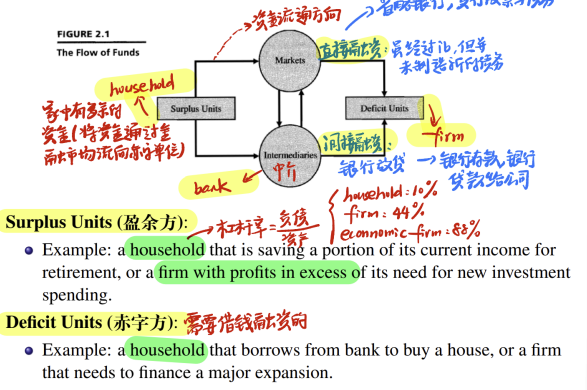
Assets	\$ Billion
Commercial real estate	\$22,642
Residential real estate	32,539
Equipment and intellectual property	9,350
Inventories	2,741
Consumer durables	5,411
Total	\$72,683

Table 1.2
Domestic net worth

Note: Column sums may differ from total because of rounding error.
Source: Flow of Funds Accounts of the United States, Board of Governors of the Federal Reserve System, September 2018.

- 对于国家而言，其重要的指标是**Aggregate Wealth**，这里仅会计算real assets而不会计算financial assets，这是因为一个人的financial assets其实就会对应另一个组织或者个人的负债。(你购买福特公司的债券，对于你是金融资产，而对于福特公司则是负债)，因此在国家尺度来看，应该只计算real assets。
- 几种金融资产：
 - 固定收益债券**：承诺固定的收益现金流，债券的发起人是debtor，债券的投资者是creditor，风险系数较低，债券价格与经济状况关联不大，有政府债券、金融债券、公司债券等不同的形式。
 - 股权**：代表对公司的所有权，应该会获得公司的收益和分红。当破产清算的时候，公司会优先偿还给债权人而不是股权人，公司财产被清算一空之后便不会再要求偿还债务，这就是有限责任公司。
 - 金融衍生品**
- 金融市场可以让我们更好地利用真实资产，其具有信息功能，让人们知道哪些公司项目值得投资；也可以调控消费时机；分配风险；实现所有权和经营权的分离。

The Players in Financial System



- 这张图反映了金融市场之中的各方情况，存款的人、有盈利的公司都是盈余方，而借款的人和公司是赤字方，盈余方将资金流向市场，通过直接融资和间接融资两种方式将资金传导给赤字方。直接融资是直接将钱给到需求者身上，包括发行企业债券与发行股票，而间接融资则是储户将钱存在银行里，银行再分配给借款人，其本质特征是经过金融中介。
- 金融中介包括银行、信托、保险、金融租赁等不同的公司类型，其作用包括吸纳储蓄，放贷，承销发行IPO等。对于金融中介而言，其负债率极高，total assets为100%的话，其liability大概有将近90%。
- 金融市场之中还有监管者、中央银行、政府等部门。

Lecture2. Allocating Resource Over Time

- 今日和明日对于相同金额的价值和看法是不同的，我们需要用一种方法衡量每个时间节点的金额的价值所在，因此需要现金流量折现法。
- 人们都是impatient的，更在乎当下，因此利率一般都会比0更高。利率水平是由供求曲线所决定的。一张图里有demand curve，也有supply curve，二者的交点即是利率，新产业出现，demand增多，因此demand曲线右移，利率提高，如果外资流入，supply增多，supply曲线右移，因此利率降低。

How is Interest Rate Determined?

Handwritten notes in Chinese:

- 新产业出现, 需求增大, 需求曲线右移, 利率上升
- 外资流入, supply曲线右移, 利率降低
- 且利率上行

The value of money originates from the fact that:

- Money can be converted into physical capital for production
- Money is the medium of exchange for transactions
- Money can be converted into consumption

Interest rates are determined by the interaction of the surplus (盈余) and the deficit (赤字) units in the market, which reflects all these types of time values.

- surplus unit is the fund supplier,
- deficit unit is the fund demander,
- interest rate represents the time value of fund in the equilibrium (均衡).

- **compounding:** $FV = PV * (1 + i)^2$ ，这个公式就展示了复利
- **Future value:**
- 利用复利公式展示出一部分钱的未来价值和当前价值的关系， $FV_n = PV_0 * (1 + i)^n$ ， FV_n 是第n年的future value，而 PV_0 是当前的价值。因此根据这个公式我们可以判断特定金额的钱在未来具有的价值，反着用这个公式则可以代表未来的一块钱在当前的价值是多少。通过将不同时期的钱转化到同一个时间轴上，我们能够判断和对比cashflow的具体情况。

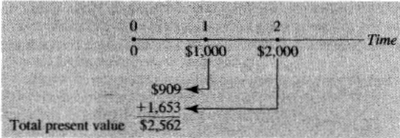
How much do I have to invest today to have FV_n in the future?

$$PV_0 = \frac{FV_n}{(1+i)^n} = FV_n \times \frac{1}{(1+i)^n}$$

- discounting money back to the present → 折现因子, (0.1)
- $\frac{1}{(1+i)^n}$ is known as **discount factor**, it represents the present value of \$1 at an interest rate of i for n periods.
eg. discount factor = $\frac{1}{1.1}$
代表着未来1块钱在现在的价值是1/1.1
↓
计算“当前价值”

Suppose you want to have \$1,000 one year from now and then \$2,000 in two years. If the interest rate is 10% per year, how much would you have to put into an account today in order to satisfy your requirement?

FIGURE 4.4
Present Value of Multiple Cash Flows



- 这样的折算已经考虑了资产增值带来的interest rate，因此直接将所有的钱归因到present value就是最终的值。
- **Annuity and Perpetuity:**

- 年金代表用一个特定的现金流C付t年，如果我们考虑PV0的话，则将其均除以折现因子换算，PV0代表当前的cashflow，第一次付款已经是一个周期之后的，也需要折现。因此可以计算出 $PV_0 = C/i * (1 - \frac{1}{(1+i)^t})$ 。永续年金代表会一直付下去钱，其计算方法直接令t趋于正无穷即可。
- 利用年金的类似结构也可以求解每个月存钱最终到一个期限后能够取到的金额数目。
- **APR（年度百分率）**：不考虑复利情况下年利率=月利率 * 12这种计算方法得到的
- **EFF（有效年利率）**： $EFF = (1 + \frac{APR}{m})^m - 1$ ，这其中m代表每年的period期限数目

APR（年化百分比率）：

- 假设 APR 是 12%，表示你一年支付的利息是本金的 12%，不考虑复利。
- 如果你投资 1000 元，一年的利息是：

$$1000 \times 12\% = 120 \text{ 元}$$

- 所以，APR 是 12%。

EFF（有效年利率）：

- 现在考虑复利效应：假设利息每月复利一次，年利率是 12%。
- 每月的利率是： $\frac{12\%}{12} = 1\%$ 。
- 使用有效年利率公式来计算：

$$EFF = \left(1 + \frac{12\%}{12}\right)^{12} - 1 = (1 + 0.01)^{12} - 1$$

$$EFF = 1.01^{12} - 1 = 0.1268 = 12.68\%$$

- 所以，**有效年利率（EFF）**是 12.68%。
- **Nominal interest rate（名义利率）**：不考虑物价通货膨胀等外部环境改变带来的变化
- **Real interest rate（实际利率）**：考虑物价通货膨胀等外部环境带来的变化，二者的关系是： $1 + nominal = (1 + real) * (1 + \pi)$ ，其中 π 是通货膨胀率。

Lecture3. Asset Classes

• Money Market:

- 是固收市场之中的主要组成部分，其中主要包含时限较短的低风险的债券。流动性是考核这些债券表现的重要指标。

The Money Market: Example

tb (short-term gov bond)

- **Treasury bills**: Short-term debt of government
- **Certificates of deposit(存款证)**: Time deposit with a bank
- **Commercial paper(商业票据)**: Short-term, unsecured debt of a company 信用良好的公司发行, 超短期, 低成本, 无担保性
- **Bankers' Acceptances (银行承兑汇票)**: An order to a bank by a bank's customer to pay a sum of money on a future date 银行承诺兑付在生发行票据
- 有抵押 • **Repos (repurchase agreement) and reverses** (回购和逆回购协议): Short-term loan backed by government securities. Repos
- 押的 • **Federal funds(联邦基金)**: Very short-term loans between banks. The Federal Funds Rate is set by Federal Reserve. 银行之间的借款
- 票据 • **LIBOR(伦敦同业拆借利率)**: an interest-rate average calculated from estimates submitted by the leading banks in London. Each bank estimates what it would be charged were it to borrow from other banks. Libor

- 银行承兑汇票是企业向银行开具的承诺书，银行收取抵押物，对票据持有人做出担保，企业会找卖方开商业汇票，而银行的作用是作为企业的担保人。回购协议之中资金需求方将证券卖给另一方，并且承诺未来按照特定的价格赎回。
- **T-Bills**：不长于一年的债券，低风险，二级市场极其成熟，流动性强，违约风险较低，不用纳税，其定价是根据拍卖而来的。有c bid和nc bid两种买家，其中nc bid代指小买家，其不会报价，最终利率按照截止利率来，c bid是大买家，其具有定价权利。政府需要发放债券的时候各大公司和机构就会来竞拍。竞价高者（低利率）获取债券，发放完毕后所有人都按照截止的利率获取债券。

Example of Treasury Auction Price Setting

$PV = \frac{FV}{1 + r}$ 1借付价格，按付价格为12 billion

Consider the auction of \$52 billion of T-Bills

Order Size	Bid Yield	Cumulative Orders
98	Non-Comp	98
3000	1.05%	3098
4000	1.10%	7098
4500	1.15%	11598
5000	1.17%	16598
5200	1.18%	21798
5400	1.19%	27198
5700	1.20%	32898
6000	1.21%	38898
6200	1.22%	45098
6540	1.23%	51638
6740	1.24%	58378
7000	1.25%	65378
7100	1.26%	72478
7200	1.27%	79678
7300	1.28%	86978
7500	1.29%	94478
8000	1.30%	102478

Stop-out yield is the level at which the desired amount can be issued.

All bids below this yield are accepted.

Bids at the stop-out are prorated:

在1.24%的付竞价者

可提5.37%的债券

$$Share = \frac{52,000 - 51,638}{6,740} = 5.37\%$$

All bids above this yield are rejected.

T-Bill is issued with yield of 1.24%.

所有人均按1.24%利率

按照order由上到下申购债券，申购到数额之后截止，所有人都按照这里面最高的利率来获得收益。（注意：T-Bills是短期债券，不会有coupon和分红）

T-Bills的收益：

1. The Discount Yield Method：用一年360天为基准进行计算，

$DiscountYield = \frac{FV - P}{FV} * \frac{360}{M}$ 其中FV是放出债券的面额，一般是整数，而P是成交价，M是债券持有的天数。

2. The Investment Yield Method：与上述方式的唯一不同就在于天数不用360计算，而用

$$InvestmentYield = \frac{FV - P}{FV} * \frac{365or366}{M}$$

Capital Market：

长期的债券产品（1-30 year），按期付利息，一般都是半年付一次利息。

$$P_B = \underbrace{\sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}}_{\text{Present value of coupons}} + \underbrace{\frac{\text{Face Value}}{(1+r)^T}}_{\text{Present value of face value}}$$

- P_B : Price of the bond
- C_t : Interest or coupon payments
- T : Number of periods to maturity
- r : Semi-annual discount rate or the semi-annual yield to maturity

公式的根本其实就是折现公式，将maturity date时间下的金额折现到当前时间，最终考虑本金的折现。这个公式也表明债券获取收益的方式就是多次的分红外加上最终本金的折现。

Interest rate代表的是年利率，High yield代表的是买完债券之后的最终实际收益率

Finding Yields

利用2.559%可计算出 9983.0664，用 9983.0664 申购10000元债。

First find the semiannual yield by solving

$$9983.0664 = \frac{125}{1+r} + \frac{125}{(1+r)^2} + \frac{125}{(1+r)^3} + \frac{125}{(1+r)^4} + \frac{125}{(1+r)^5} + \frac{10125}{(1+r)^6}$$

The solution is $r = 0.012795 = 1.2795\%$

Double this to get the annual yield, which is 2.559%

Once issued, bonds trade on secondary markets

Face value and coupon payments remain fixed over time, so as prices fluctuate, so do yields (inverse relationship)

这就是计算high yields的方法，通过折现公式和申购价格就可以求出最终的interest rate(r)，这个值一般都是指的半年的，将其乘以2就是年利率。

high yields的影响因素有很多，包括time value, inflation, credit risk, liquidity, taxes等。一般持有时间越长的债券收益越高，通货膨胀越严重的时候实际收益率越低。

Equities & Derivatives：

股权代表所有权，应该有股利和资本收益。

看涨期权：给持有者在未来以某种议定价格购买股票的权利

看跌期权：给持有者在未来以某种议定价格售卖股票的权利

- 对于持有者，期权是权利，而对于发行者来说，期权是必须执行的
- 期货要求必须交易，其是在一个特定时间以特定价格交易的合约。

Comparison: Options and Futures

Option	Futures
<ul style="list-style-type: none">• Right, but not obligation, to buy or sell• Option is exercised only when it is profitable• Options must be purchased	<ul style="list-style-type: none">• Obligated to make or take delivery• Long (short) position must buy (sell) at the futures price• Futures contracts are entered into without cost

•

Lecture4. Trading, Margin and Short Sale

- 企业是如何发行债券的？一级市场之中发行股票，作为上市公司，其需要披露自身的财务信息。IPO是指企业第一次向公众发布股票，这是多由机构投资者购买。券商在此时期负责帮助公司制定IPO战略，并且包场销售公司股票。
- 1996年中国股市开始设置10%的跌停和涨停限制，2010年才开始逐步放开做空机制。2002年才有QF II 允许外国投资者投资A股市场。这说明中国的股市仍然较为封闭。
- IPO的时间超过一年，需要先找承销商，再招股说明书，最终去路演。这里采用的是包销制度，investment banking负责销售所有的IPO股票，如果没有卖空的话需要自负盈亏。
- 证券市场分类较多，Brokered markets是其负责找到买家和卖家咨询，而Dealer Market是不不断广播报价，但是并不负责寻找买家和卖家。

Bid and Ask Prices

- Direct search: Buyers and sellers seek each other directly
- Brokered markets: Brokers (经纪人) search out buyers and sellers
 ↳ 经纪人/中介帮忙找买家/卖家
- Dealer markets: Dealers (交易商) have inventories of assets from which they buy and sell
 ↳ 做市商: 不断广播报价, 告知买家卖家的存在
- Auction markets: Traders converge at one place to trade (采取竞拍)

- Two posted prices: best bid and best ask
- Bid: highest price at which someone is willing to buy (买方报价)
- Ask: lowest price at which someone is willing to sell (卖方报价)
- Example
 AAPL Bid Ask
 152.33 152.36
 Bid Ask
 Bid是买价, Ask是卖价
 Ask - Bid = Bid-ask spread (买卖差价率)
 Bid-ask spread: \$0.03 is the profit for making a market in a security (买卖差价率)

目前市场上对商品的最优买价
目前市场上对商品的最优卖价
做市商的作用就在于赚取 Ask 与 Bid 的差价
Ask 是 sell 价, Bid 是 Buy 价
故 Ask 价一定大于 Bid 价
而大交易量的股票 Dealer 众多, Bid-ask spread 会较低。

- 最高的买方报价(Best Bid)和最低的卖方报价(Best Ask)之间一定存在价差，否则最高的买方价格大于最低的卖方价格，交易自动达成。而市场上存在做市商，他们会既挂入买家，又挂入卖家，通过这种方式使得更多人愿意来达成交易他们的报价只需要比买价更高，比卖价更低就可以优先达成交易，左手倒换右手赚取差价，进而提高交易速度和效率，他们本身赚取的就是这个bid-ask spread。

理论上, bid = ask 才会触发交易, bid < ask 代表买价低于卖价, 理论上无法达成交易, 但做市商可以给出一个与 bid 一样的买价, 再瞬间以 ask 价卖出, 即可达成交易并赚取差价

- 这样的波动过于明显，因此人们提出了限价订单 (Limit Orders)，即给出特定的价格，达到价格的时候即立刻抢筹，能够确认交易价格。
- 保证金购买(杠杆)：加杠杆，通过找经纪人即期贷款来购买更多股票份额，此时的股票是抵押品。

Margin requirements

- Margin: proportion of the purchase price contributed by the investor; the remainder is borrowed from the broker
 - Two types of margin requirements:
 - 1 Initial margin (applies when purchase is made, usually 50%)
 - 2 Maintenance margin (applies subsequently, sensitive to price movements)
- If price drops too far, margin requirement is violated, and investor gets a margin call (追缴保证金).

- Investor balance sheet (before purchase)
- Note: Assets = Liabilities + Equity
- Investors decides to purchase 100 shares at a price \$100 per share
- After purchase

Assets	Liabilities and Equity
Cash \$6,000	Equity \$6,000

Assets	Liabilities and Equity
Shares \$10,000	Loan \$4,000
	Equity \$6,000

- 杠杆率有一定的要求，而且亏损之后要继续补钱，这是追缴保证金的工作。根据资产负债表，Assets（资产）= Liabilities（负债）+ Equity（抵押资产的净值），因此加杠杆后assets的价格为10000，负债为4000，抵押资产的净值为6000。
- 此时如果股价下跌，则assets的资产减少，但
- 是liabilities并不会改变，因此equity减少，占比不足时会触发保证金提醒。
- 做空：类似借股票的机制，向机构借一定量的股票，卖给他人，等到股票价格下跌之后再还给机构。（借股票、卖股票、跌、买回等量股票、还给机构）

- Example
 - Investor has \$6,000
 - Shorts 100 shares at \$100 each

Investor balance sheet (before short sale)

Assets	Liabilities and Equity
Cash \$6,000	Equity \$6,000

Investor balance sheet (after short sale)

Assets	Liabilities and Equity
Cash \$16,000	Shares owed \$10,000
	Equity \$6,000

- Note: Shares owed are a liability

- Margin: ratio of net worth to value of shares owed
 - Suppose initial margin is 60% and maintenance margin is 50%
- Initial margin = $\frac{\text{Equity}}{\text{Values of shares owed}} = \frac{6000}{10000} = 60\%$

- Note: initial margin requirement is (exactly) satisfied
 - Can the price rise to \$110 without a margin call?
 - Value of shares owed rises and net worth falls:
- | Assets | Liabilities and Equity |
|---------------|------------------------|
| Cash \$16,000 | Shares owed \$11,000 |
| | Equity \$5,000 |
- Margin falls to $\frac{5000}{11000} = 45\%$, this would trigger a margin call

- 此时Assets是其拥有的现金，一共6000，净资产也是6000，但是做空之后，其借了100股，又卖给他人，因此其现金资产有16000，这其中10000是来自100股的卖出价，6000是抵押净资产。此时若股价上涨到110，此时需要还给机构100股股票，价值11000，因此抵押净资产仅为5000。

Lecture5. Stock Market Indexes

- price weighted index: DJIA道琼斯指数
- 指数的价格就是各个成分股价格的绝对平均值，变化率就是 $\frac{PWI_{t1} - PWI_{t0}}{PWI_{t0}}$
- value weighted index: S&P500标普500指数
- 指数的价格是按照市值来计算的，首先应该计算市场的总市值，将其用因子标准化，每次个股价格改变之后都重新计算市场的总市值，再除以标准化因子即是当前的指数价格。

2.Value Weighted Indexes

- ABC: \$50/share, 5 billion shares outstanding
- XYZ: \$38/share, 500 million shares outstanding
- First, find total market capitalization:

市值总值

$$50 \times 5 + 38 \times 0.5 = 269bn$$

- Second, normalize to get convenient starting value:

标准化

$$VWI_t = \frac{269bn}{2.69bn} = 100$$

- Suppose prices change to: ABC: \$51/share, XYZ: \$35/share
- New market caps:

$$51 \times 5 + 35 \times 0.5 = 272.5bn$$

- New VWI:

$$VWI_{t+1} = \frac{272.5bn}{2.69bn} = 101.30$$

- What is the percentage change in the index?

$$\frac{101.33 - 100}{100} = 0.013 = 1.3\%$$

- Note: indexes can move in opposite directions

- 股票分割:
- 比如说每支股票的单价降低，但是股份翻倍，这对于Value Weighted Indexes而言没有变化，因为市值是一个定值，但是对于Price Weighted Indexes而言就有变化，因为这种指数是根据股价直接平均值计算的，为了修正误差，应该找到一个分母D使得分割后值不变，之后的指数都不再用原本的个股个数作为分母，而是这个D作为分母。

Stock Splits and Price Weighted Indexes

- Price weighted indexes must be adjusted (why?) ✓
- Example: ABC: \$50/share, XYZ: \$38/share,

$$PWI = \frac{50 + 38}{2} = 44$$

- ABC Splits 2-for-1

$$PWI = \frac{25 + 38}{2} = 31.5$$

- Without adjustment, the index would fall to 31.5
- To maintain at 44, adjust denominator; solve

找一个分母D,使得
分裂后PWI不变

$$\frac{25 + 38}{D} = 44$$

to get $D = 1.4318$

更改denominator, 使得指数不变

- This becomes the new denominator after the split.

Lecture6. Funds

- 由于个人投资者的投资组合难以多元化，交易费用高，行研时间不足，个人投资者更喜欢投资基金。基金分为开放型基金和封闭型基金。

- **开放型基金：**

- 最大的一种门类，每日可以与**基金公司交易**，不用交易所挂牌交易，每日可以赎回，每天都有净值的更新（NAV），其中共同基金是开放型基金之中最大的门类，对冲基金每个月或者每个季度可以申赎。

- **封闭型基金：**

- 重要特点是只能与**散户交易**，而不是与基金公司交易，份额定量，交易方式类似股票，是挂牌交易的，买卖时要在交易所中下单，在二级市场上其价格不一定等于净资产价格，存在折价和溢价

- **ETF：**

- 当天交易时段可以像股票一样自由买卖，紧密对应个股净值，拥有套利机制能够使得其净值不过度偏离市场值。（溢价时资产管理方会买入大量的ETF对应的股票，进而申请出更多的ETF份额，抑制溢价，折价时则会买入ETF份额，换回股票资产，进而拉高其市场价格）
- 其实三者的区别主要如下：开放型基金没有二级市场，只有一级市场，一切的交易都是与基金公司进行的，其也不用在交易所挂牌交易；封闭型基金有二级市场，也有折价和溢价，交易方式与股票一样，建仓之后会锁仓，此时交易仅仅与其余交易者进行；ETF则有二级市场和一级市场，有折价和溢价，但是比例较低，同时也有申购和赎回机制。

- Calculation:

$$\text{Net Asset Value} = \frac{\text{Market value of assets} - \text{Liabilities}}{\text{Shares Outstanding}}$$

- Example: Consider a mutual fund that manages a portfolio of securities worth \$ 120 million. Suppose that the fund owes \$4 million to its investment advisors and another \$1 million to rent, wages due and other expenses. The fund has 5 million shares outstanding

$$\text{Net Asset Value} = \frac{120 - 5}{5} = \$23$$

- **净值：** For the given day, the mutual funds shares will be traded at \$23 per share.

即用资产减去负债的差除以股票发行数。

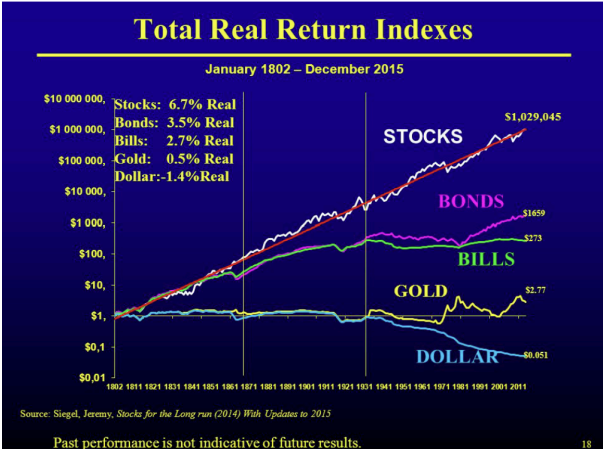
- $NAV = \frac{\text{Asset Value} - \text{liabilities}}{\text{shares outstanding}}$

- 主动管理基金的服务费管理费过高，且考验基金经理的选股能力，人们更喜欢选择指数基金。封闭型基金本身存在套利空间，但是套利本身难以获取，虽然可以强制清算基金使之价格与NAV一致，但是难以找到接盘侠，而且清算快到来时人们会卖基金，溢价会消失。由于流动性不佳，做空基金也极其困难，可能有希望的方式是买封闭型基金，同时做空宽指数。
- 中国散户投资比重较大，共同基金的比例较小，而且管理费比例较高，且人们更偏向于被动性基金。共同基金需要缴纳多种费用，包括基金管理费（给基金经理负责研究和选股，以年费率形式出现）、托管费（托管银行负责安全保管和登记份额等）、销售服务费、申购/赎回费（给基金发行方）。中国投资者的短视性极其明显，还有大量的违规内部交易。

Lecture8. Historical Returns on Risky Portfolio

- **Nominal interest rate（名义利率）：**不考虑物价通货膨胀等外部环境改变带来的变化

- Real interest rate (实际利率)：考虑物价通货膨胀等外部环境带来的变化，二者的关系是：
 $1 + nominal = (1 + real) * (1 + \pi)$ ，其中 π 是通货膨胀率(CPI)。



- 股票的实际利率最高，其次是长期国债，黄金的实际利率与通货膨胀率几乎一致。
- risk premium (风险溢价)： $riskpremium = E(assets) - rf$ ，超出无风险的收益就称之为超额收益excess return。
- CPI (消费者物价指数)：

Inflation Rate and CPI

- A consumer price index (消费者物价指数) measures changes in the price level of a weighted average market basket of consumer goods and services purchased by households.

$$CPI_t = \frac{\text{market basket of period } t}{\text{market basket of base year}} \times 100$$

在特定时期买一篮子商品的开销
在基年的开销

- The percentage change in a CPI is used as a measure of inflation.

$$\pi_{t+1} = \frac{CPI_{t+1} - CPI_t}{CPI_t}$$

Lecture9. Introduction to Portfolio Choice

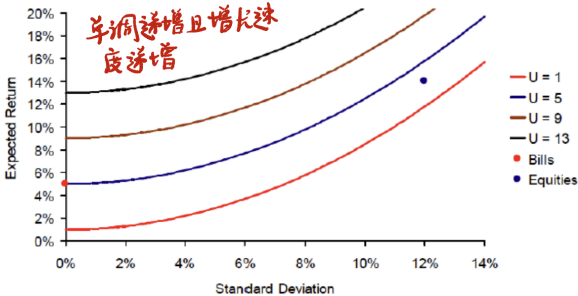
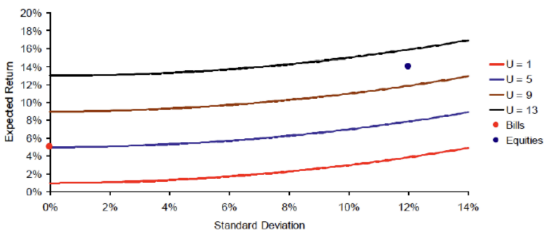
- 大多数的投资者都是risk averse (风险厌恶) 的，我们可以通过效用函数来体现投资者对待一个投资品类的看法和喜爱程度。
- 效用函数： $U = E(r) - \frac{1}{2} * A * \sigma^2$ ，其中A代表投资者风险厌恶程度，大部分投资者都是风险厌恶的，因此A>0， σ^2 则是回报的方差。我们一般用E(r)- σ^2 曲线来刻画无差异的投资组合。
- 一定要记住方差的计算方法： $\sigma^2 = Var(X) = E[(X - \mu)^2] = i \sum (xi - \mu)^2 * pi$.
 $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$, $E(X^2) = i \sum xi^2 * pi$

- 如果存在一个risk free rate，使得在这个利率下t-bills的效用函数值与指定的投资品的效用函数值相同的话，此时的risk free rate为确定等价收益率 (certainty equivalent)
- 无差异曲线：
- 如果将相同效用的点连接即可形成无差异曲线，对于风险厌恶的投资者而言，无差异曲线是向上的（单增且递增速度加快），对于风险偏好的投资者而言，无差异曲线是向下的。

Indifference Curves (A = 15)

$$U = E(r) - \frac{1}{2} A \sigma^2$$

Indifference Curves (A = 4)



Lecture10. Constructing Portfolios

- 一个risk free和一个risky的资产进行组合，应该形成哪些投资组合？

Suppose there are only two assets, 1 and 2

- Asset returns are random variables r_1 and r_2
- Expected returns: $E(r_1)$ and $E(r_2)$
- Standard deviations: σ_1 and σ_2
- Covariance σ_{12}
- Portfolio weights w_1 and w_2
- If r_p is the portfolio return (also a random variable): what determines $E(r_p)$ and σ_p ?

资产组合的收益率与方差应如何计算？

- 对于期望收益，直接权重加权即可得到，对于资产组合的方差，则需要用公式推导：

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12}$$

- 如果一个资产组合之中有一个risk-free asset，一个risky asset，则 $\sigma_p = w_2 \sigma_2$ ，具体推导极其简单

- Suppose there are only two available assets:
 - ▶ one risk-free asset, return r_f
 - ▶ one risky asset/portfolio P, return r_p , expected return $E(r_p)$, standard deviation σ_p
- The two assets can be combined to form a portfolio C
- Portfolio weights w_1 and w_2 , where $w_1 + w_2 = 1$
- Let $w_2 = y$ (weight in risky asset), so $w_1 = 1 - y$
↳ 有风险资产的投资权重

1 Return: $\sigma_c = y \sigma_p$

▶ Let r_c denote the return on the portfolio C

$$E(r_c) = (1 - y)r_f + yE(r_p)$$

$$= r_f + y(E(r_p) - r_f)$$

▶ Recall: $E(r_p) - r_f$ is called the **risk-premium** of the asset P
超过risk-free的风险溢价

2 Risk:

▶ Recall that since the covariance between the risk-free asset and the risky asset is zero, the portfolio risk equals the weight of the risky asset times the standard deviation of the risky asset

$$E(r_c) - r_f = y(E(r_p) - r_f)$$

$$\sigma_c = y \cdot \sigma_p$$

$$\sigma_c = y \sigma_p$$

易推
由于 r_f 无偏，无方差影响

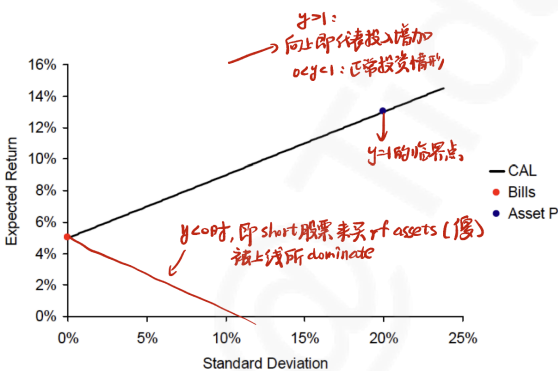
- **Sharpe Value (夏普比率):**

- $S = \frac{\text{risk premium}}{\text{StandardD}} = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$ ，这个值是衡量一个风险资产的，表示的含义是相同的风险下其补偿率大小。

- **Capital Allocation Line (资产配置线):**

- 对于一个资产是risk free的，另一个是risky的情况，我们有 $E(r_c) = r_f + y(E(r_p) - r_f)$ 利用 Sharpe Value 带入之后，再加上 $\sigma_c = y \sigma_p$ ，我们有 $E(r_c) = r_f + S \sigma_c$ 为此我们可以绘制出资产配置线

Capital Allocation Line



$$E(r_c) = \begin{cases} r_f + \sigma_c \times \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}, & y \in [0, 1] \\ r_b + \sigma_c \times \frac{E(r_p) - r_b}{\sigma_p}, & y \in (1, +\infty) \end{cases}$$

Optimal ch

\Rightarrow 借贷利率与无风险利率不同时的考量

- 资产配置线上的每一点都代表无风险资产和同一风险资产组合以不同比例配置出的不同方案。 $y > 1$ 的时候代表以risk-free为利率来借款来杠杆买入risky portfolio。
- 如果不让借款的话，CAL线具有终止点，如果让借款，但是借款利率大于 r_f 的话，其曲线形式如上右图所示。
- **CAL+Utility function:**
- 在CAL的基础上再结合效用函数，即可得到个人的最优价值选择。在效用曲线图上可以理解为CAL与无差别曲线的切点。(CAL是固定的，平移不同U值的效用函数曲线，与之相切的就是最大值)

Optimal Choice

- Optimal choice depends on preferences
- Example: Suppose

U = E(r) - 1/2 A σ²

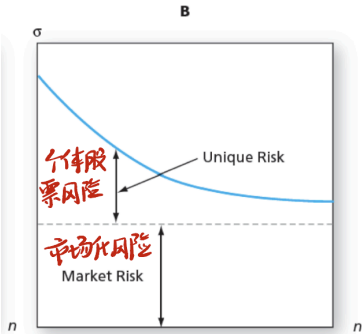
- and A = 4
- If r_f = 5%, E(r_p) = 13%, and σ_p = 20%, what is the optimal allocation?
- Substitute:

U = E(r_c) - 2σ_c²
= (1 - y)r_f + yE(r_p) - 2(yσ_p)²
= 0.05(1 - y) + 0.13y - 2(0.20y)²
= 0.05 + 0.08y - 0.08y²

Lecture11. Optimal Risky Portfolios

- 如果两个投资品类都是risky assets，应该如何混合配置？
- risk：市场风险（market risk）、公司特定的风险（firm specific risk）

Portfolio of two risky assets



- Consider 2 risky assets: D and E
 - Example: bond portfolio, equity portfolio
 - Statistical Properties: E(r_d), E(r_e), σ_d, σ_e, σ_{de} (同低波动)
- Risky assets are combined to form portfolio P
- Portfolio weights w_d and w_e (sum to 1)
 - Let w_e = x, so w_d = 1 - x

Portfolio of two risky assets: Example

Statistical properties

- Set-up:

E(r_d) = 8%, σ_d = 12%
E(r_e) = 13%, σ_e = 20%
ρ_{de} = 0.30

- Portfolio risk:

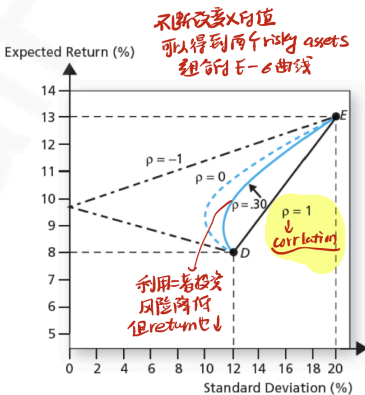
σ_p² = (1 - x)²σ_d² + x²σ_e² + 2x(1 - x)σ_{de}
σ_p² = 0.5² × 0.12² + 0.5² × 0.2² + 2 × 0.5 × 0.5 × σ_{de}

- Covariance is σ_{de} = ρ_{de}σ_dσ_e = 0.3 × 0.12 × 0.2 = 0.0072

σ_p² = 0.0036 + 0.01 + 0.0036 = 0.0172

σ_p = √0.0172 = 0.1311 = 13.11%

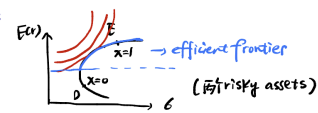
Portfolio opportunity set



- The set of E(r_p) and σ_p combinations that can be obtained by varying x is called the portfolio opportunity set (投资组合可行集)
- What does the portfolio opportunity set look like?

- 一定注意，相关系数等于协方差除以两个标准差的乘积，不要搞混这两个变量信息。上图指定了两种投资产品的占比都是50%，通过不断改变占比，我们可以得到一组E(r)-σ的曲线，这就是投资组合的可行集。
- 在这个可行集上有一个特定的组合为**最小方差组合**，带入好x对其求导即可得到占比关系，再反推即可得到投资组合的期望和标准差等信息。我们可以发现这种组合下期望收益比其中一个bonds高，而风险同时更低，因此投资者不会只选购一个bond。
- 每一条曲线都有上半部分和下半部分，其中上半部分会dominate下半部分，因此上半部分被称之为**有效边界**，用效用函数与之相切即可。
- 如果在此时再加入一个risk free asset，则还是会先考虑两个风险资产组成的曲线，然后用r_f为截距的直线去与之相切，此时的切点证明此时是Sharpe值最大的情况，也就是需要考虑的资产组合情况，之后所有的投资品类都是在这条直线上，两个风险资产彼此占比一致的情况下分配风险大类和risk free大类的占比变化。

Optimal Choice

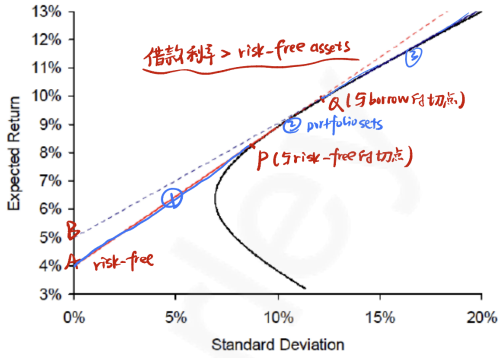
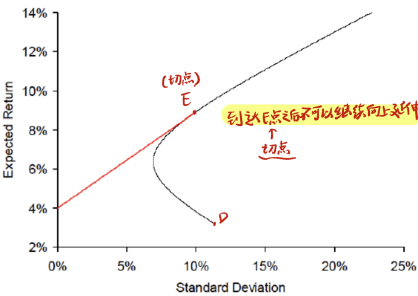


- When only two risky assets are available, investors will choose a point on the upward-sloping segment of the portfolio opportunity set [why?]
上部分 dominate 下部分, 故只会选上部分
- This is called the **efficient frontier** (有效边界、有效前沿)
- Optimal choice will depend on preferences
- What happens when, in addition to the risky assets, a risk-free asset is available?
人们都会选择 Sharpe Value 最大点进行资产配置, 将 CAL 与 efficient frontier 相切最大点即是 Smax 点
· 分散性, 若有多种 risky assets 和一款 risk-free assets, risk-free assets 收益与贷款利率相关, 故人们会选择 Emax of risky assets
对应上图, 此时选择不会是个切点而是切线 (根据上文示例)

Lecture12. Markowitz Portfolio Selection Model

Different Rates (4% to lend, 5% to borrow)

No Borrowing



- 三种特殊情况下的portfolio选择, 如果只有两个risky assets的情况, 则在凸集上直接进行选择; 如果不让借款的时候则到切点为止, 之后的路径只能选择凸集上的投资组合; 如果借款利率高于risk free rate, 则分段切线、凸集上行走、切线。
- Multiple Risky Assets:**
- portfolio的期望是容易计算的, 直接进行权重加权即可, 而portfolio的风险需要利用矩阵乘法

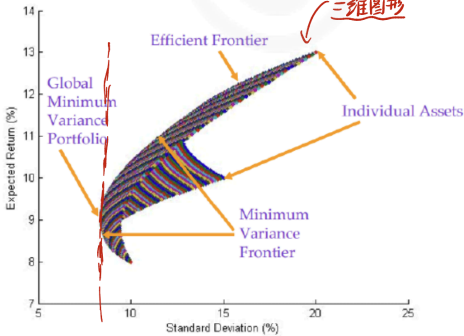
$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

Handwritten notes: σ_p^2 方差, $w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$, $w^T \Sigma w$ 矩阵语言

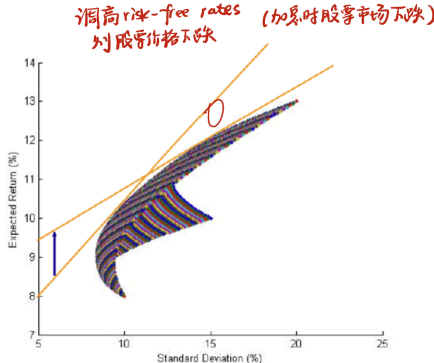
进行计算即可得到。

- 对于三个产品的risky assets组合, CAL和分离理论同样是正确的, 允许risk_free借款时其投资组合同样是在切线上, 斜率最大的一条直线也是dominate其余所有的投资组合。对于每个人来说, 最优的投资组合根据这个理论是一定的, 只不过根据风险承受的不同选择不同配比的risk_free和risky assets而已。

Portfolio Opportunity Set



Changes in the risk-free rate



- 缺少risk free资产的时候还是会退化为找与效用函数相切的切点。此时分离特性失效, 因为人们会选择在portfolio sets上不同的点。
- Markowitz Model:** 每个投资者都会选择相同的risky portfolio。
- 这个假设过于理想, 借款有限制、借款和rf rates不同、信仰不同都会导致这个模型的不完备性, 但是人们发现这样的模型有其可以借鉴的价值。

Lecture13. Index Models

- CAPM模型给出了风险和回报的理论关联，其是Markowitz模型的一大拓展，在投资人都会选择同样的optimal risky portfolio基础上给出了E(r)与β的线性关系。
- **期望收益：** $E(r) = \frac{E(P) - P_0}{P_0}$ 中E(P)是对未来投资品价格的期望，如果E(r)被低估的话，人们对这个投资品的需求会降低，因此其P0会下降，进而E(r)会上升，这个具有动态调节。
- 根据Markowitz理论，每个投资者都只会考虑投资组合M与risk free assets的组合，在整个市场的角度下，原本的CAL变成CML。
- **CAPM模型：**
- 首先计算个股对市场方差的影响， $\sigma_{im} = w_1\sigma_{i1} + \dots + w_n\sigma_{in}$ ，这其中asset i对市场的风险影响是 $w_i\sigma_{im}$ 。因此**asset i 对市场的风险占比是** $\frac{w_i\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$ ，同理，**asset i对市场的收益占比是** $\frac{w_i(E(r_i) - r_f)}{E(r_m) - r_f}$ ，根据理性人的假设，人只会选择收益占比大于等于风险占比的理财产品，边界条件是二者相等。

- Variance of Market Portfolio:

$$\sigma_m^2 = \text{cov}(R_i, R_m) = \text{cov}(R_i, w_1 R_1 + \dots + w_n R_n) = w_1 \sigma_{i1} + w_2 \sigma_{i2} + \dots + w_n \sigma_{in}$$

$$\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^n w_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^n w_i \sigma_{im}$$

Recall that

$$E(r_m) = w_1 E(r_1) + \dots + w_n E(r_n)$$

Hence

$$E(r_m) - r_f = w_1 (E(r_1) - r_f) + \dots + w_n (E(r_n) - r_f)$$

CAPM: Key idea formally

risk premium = 风险溢价

i 's contribution to risk premium = i 's contribution to risk variance

$$\frac{w_i (E(r_i) - r_f)}{E(r_m) - r_f} = \frac{w_i \sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

Hence

$$E(r_i) = r_f + \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} (E(r_m) - r_f)$$

Define the beta of asset i as

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

So

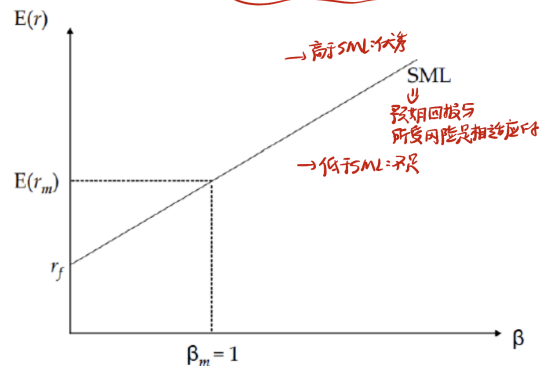
$$E(r_i) - r_f = \text{risk premium (资产)}$$

$$E(r_m) - r_f = \text{market risk premium (平均)}$$

$$E(r_i) = r_f + \beta_i (E(r_m) - r_f)$$

The Security Market Line

↑ CAPM, return portion = risk portion



- 经过推导可知 $E(r_i) = r_f + \beta_i (E(r_m) - r_f)$ 因此可以绘制出 $E(r_i)$ - β 的证券市场线，根据 r_f 截距和 β_i , $E(r_i)$ 可以求出一个资产理论上的证券市场线，此时如果此资产在线上方，则代表是优秀资产，价格被低估。此时其与线的间距就是 **alpha**，即超额收益部分。超额收益是不可持续的，根据有效市场假说，多年来的 **alpha** 应该均值趋于 0。
- 指数模型和 CAPM 模型有诸多异同，其中显著的一点是指数模型和 CAPM 模型之中关于 β 的定义是一致的。

Lecture 15. Arbitrage Pricing Theory (APT)

- 套利：可以构建一个投资组合，其投资数额为 0，但是可以产生稳定的回报。（空手套白狼）

Returns: Individual Securities

Recall the index model

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$$

$\beta_i = r_i - r_f$
 $R_m = r_m - r_f$

which can also be written

$$r_i = r_f + \alpha_i + \beta_i (r_m - r_f) + e_i$$

Take expectations

$$E(r_i) = r_f + \alpha_i + \beta_i (E(r_m) - r_f)$$

Define $F = r_m - E(r_m)$, so $E(F) = 0$. Then

$$r_i = E(r_i) + \beta_i F + e_i$$

APT Theory:

- 根据指数模型， $R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i$ ，这其中 R_i 和 R_m 是溢价率，因此与 r_f 进行相减之后得出

$$E(r_i) = r_f + \alpha_i + \beta_i (E(r_m) - r_f)$$

定义 $F = r_m - E(r_m)$, $E(F) = 0$ ，因此我们可以得出

$r_i = E(r_i) + \beta_i F + e_i$ ，对于一个风险分摊良好的投资组合， $e_i = 0$ 。因此我们有 $r_i = E(r_i) + \beta_i F$ 。因此我们得出结论：如果两个投资组合 β 值相同，则 E 必须一致，否则就存在套利空间。

- $\beta_p = \beta_q \Rightarrow E(r_p) = E(r_q)$

$$\frac{E(r_p) - r_f}{\beta_p} = \frac{E(r_q) - r_f}{\beta_q}$$

- 满足以上两个条件则不存在套利，否则可以 short 小于号的一边，long 大于号的一边。long 的组合在 E - β 图上 dominate 另一个组合，在同样的 β 下拥有更高的回报。

CAPM 与 APT 的关系:

- APT 是对于 well diversified 的投资组合上可以使用，而 CAPM 是对于个股使用的，APT 也不需要严格的 CAPM 假设，但是二者在表达式上出奇一致。（令 APT 之中市场的 $\beta = 1$ ）

Lecture 16. Value of a Bond

- 对于一个zero coupon bond，其收益 y 可以根据如下等式进行计算： $P = \frac{100}{(1+y)^t}$ 但是这个值并不等同于期望收益，因为任何债券都有违约的风险。
- 债券具有term premium，即投资者为持有较长期的债券而额外要求获得的一部分收益。

Value of a Coupon Bond

- Consider a bond with coupon rate c and matures in T years
 - ▶ For now, let's assume the timing is at issuance or on a coupon date.
- The price of the bond P (per \$ 100 face value) is

$$P/100 = \frac{c/2}{(1+y/2)^1} + \frac{c/2}{(1+y/2)^2} + \dots + \frac{1+c/2}{(1+y/2)^{2T}}$$

- When $y = c$, the bond trades at **par** ($P = 100$)
 - ▶ $y < c$ means the bond trades at a **premium** ($P > 100$) 溢价
 - ▶ $y > c$ means the bond trades at a **discount** ($P < 100$) 折价

- **c**: 票面利率，每半年都会获得固定额度的coupon；
- **y**: 到期收益率，其实也就是市场对债券的要求收益率；
- **P**: 市场价格，也即是当前市场状态下交易债券的价值；
- $y < c$ 的时候，说明债券的分红值大于市场预期的折现值，此时债券在赚更多的钱，因此 $P > 100$ 才是合理的，人们才会愿意去购买，此时是溢价的； $y > c$ 的时候同理。
- **clean price**:
 - 当你买一只债券，如果它刚刚过了一个付息日，债券接下来要再过几个月才付下一次利息，那么从上一个付息日到今天这段时间里，债券已经“应得”了一部分利息（叫“应计利息”）。但是，Clean Price 就是把这部分“未付利息”去掉，只报一个不含这段应计利息的价格，方便不同市场参与者互相对比。
- **dirty price**:
 - 如果你在付息日之后的某一天买进债券，卖家从付息日到卖出的这段时间里也“已经赚”了应有利息。为了公平，买家要把这段时间的利息“补给”卖家，所以实际成交价要在 Clean Price 上再加上这部分应计利息，合起来才是全价（Dirty Price）。
- **Dirty Price = Clean Price + Accrued Interest (应计利息)**
- **应计利息**: $AI = C * \frac{Nt}{D}$ ，其中C是下一次coupon的值，Nt是上一次coupon到如今的日期，D是当前coupon交付周期天数。美债一般以正常听书计算，有一些情况会用30天一个月，360天一年进行计算，这几种方式都是正确的。
- 公司债开始计算是T+2，Treasuries则是T+1，而且开始settlement的时候需要跳过周末与节假日。

Putting It All together

- Let's value the VZ 4.5% 8/10/2033 bond step-by-step. If we buy the bond today (Jan. 18, 2022) at a yield of 3.03%. What is the price?

- 1 The **settlement date of the trade is Jan. 20.**
 - ▶ Settlement is when we pay the price and receive the bonds.
 - ▶ Corporate bonds settle $T+2$, Treasuries settle $T+1$. Remember (to account for weekends and holidays! 交割日期)
- 2 Time to next coupon on February 10: $20/180 = 0.1111$.
 - ▶ 10 days left in Jan. (under 30/360), 10 days in Feb.

- 3 Discount the coupons and principal using the yield

$$P = \frac{2.25}{(1 + \frac{0.0303}{2})^{\frac{20}{180}}} + \frac{2.25}{(1 + \frac{0.0303}{2})^{1 + \frac{20}{180}}} + \dots + \frac{102.25}{(1 + \frac{0.0303}{2})^{23 + \frac{20}{180}}}$$

$P = 116.240022$ all in price (全价)

This is the **all-in price**, what you pay to purchase the bonds.

- 4 Calculate accrued interest and subtract to find the **clean price**.

应计利息

$$AI = 2.25 \left(\frac{180 - 20}{180} \right) = 2.00$$

$$P_{\text{clean}} = 116.240022 - 2.00 = 114.240022$$

- VZ公司债券的coupon rate是4.5%，每半年付息一次，因此是2.25%， $y=3.03\%$ ，采用的是一个月30天，一年360天的简化计算方法，因此可以得出P值，这里的折现采用的是180天作为一个单位，因为coupon rate和interest rate都是利用半年为一个周期进行计算的。根据定义，此处计算的结果是dirty price，为了求出clean price，需要减去AI，也就是160天带来的coupon rate，因此这里减去2。
- 根据定价公式，加息的时候，市场基准利率提高，投资者不愿意花钱去购买yields较低的产品，因此投资品的利率会提高，即 y 增大，此时分母增大，因此price会降低。

- **DV01**: $\delta p = -DV01 * \delta y$, 其中 Δp 代表price change, 而 Δy 代表yield change, 这个值反映了债券对于利率变化的敏感性。
- **几种特殊的公司债券**:
 - callable bonds (可赎回债券): 发行人(公司)可以延申或者提前终止赎回日期
 - convertible bonds (可转换债券): 公司可以将债券转化为公司的股票
 - puttable bonds (可回卖债券): 债券的持有者可以有权利去延申或者提前终止赎回
 - floating rate bonds (浮动利率债券): coupon rate是可变化的。
 - Foreign Bonds, Eurobonds...

Lecture17. The Term Structure of Interest Rates

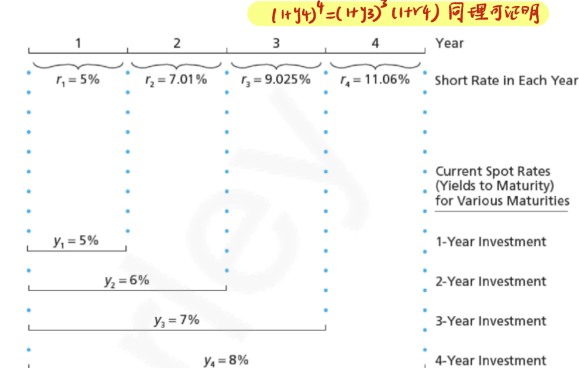
- 收益曲线: 不同时限的债券与收益率的曲线图

The Yield Curve under Certainty

- Certainty: investors already know the path of future interest rates
- Suppose you want to invest for 2 years:

Bond	Years to Maturity	Yield	Price
A	1	5%	\$952.38(= \$1000/1.05)
B	2	6%	\$890(= \$1000/(1.06) ²)
- **Strategy 1**: Buy and hold a 2-year zero B
 → 直接买两年期债
- **Strategy 2**: Rollover a series of 1-year bonds: Buy a 1-year zero, and reinvest proceeds in another 1-year zero
 → 先买一年期债, 再持零利率票一年期
- **Equilibrium requires that both strategies provide the same return.**
 Why?
 ↓ 验证 (Strategy 1 + strategy 2)
 - ▶ Otherwise: excess demand for some bonds, excess supply of others, leading prices to change
 - ▶ This is true for any horizon

Short Rates versus Spot Rates



- 理论上, 买两年的一年期债的收益应该与直接买两年的债收益一致 (如果都是certainty的情况下), 否则供求关系的变化会使得其价格发生改变。 $(1 + y_2)^2 = (1 + r_1)(1 + r_2)$, 这其中 y_2 是即期利率, r_1 和 r_2 分别是今年和明年的短期利率。
- 我们可以定义**远期利率fn**: $1 + fn = \frac{(1+yn)^n}{(1+yn-1)^{n-1}}$, 远期利率的含义就是根据无套利原理定义出的之后某年间应该有的利率(forecast of a future short rate)。
- 由于投资获得具有不确定性, 投资者需要一个risk premium来奖励他们持有更长期的债券。这个差价被称之为**流动性溢价**
- 如果短期国债和中长期国债之间出现倒挂, 则代表人们预期近期会有大幅度的降息操作, 这预示着经济衰退的风险。

Lecture18. Equity Valuation

- **市净率: 每股的净资产**, 净资产代表的是公司的所有资产减去负债总额, 这个数字除以公司发行的股票数即可得知每股的净资产, 这个值可以衡量公司的账面价值, 也可以衡量其受到市场认可的程度。
- **市盈率: 每股的市场价/每股在去年一年之中的盈利额**, 代表对公司盈利能力的判断, 即多少年可以赚回公司的所有财产。
- 股票具有股价收益和分红两种盈利方式, $E(r) = \frac{E(D1)+E(P1)-P0}{P0}$ 可以计算出期望的回报。
- 用CAPM模型计算出的收益被称之为**市场资本化率**或者**必要收益率**。
- 对于一个股票而言, 其具有**fundamental value**, 其价值就是当 $E(r)$ 与 k 相等时候的值。如下图例子, 先用CAPM计算出 $k=14\%$, 再利用 $k = \frac{E(P1)+E(D1)-V0}{V0}$ 可以计算出 $V0$, $V0$ 就是 fundamental value。

- The **fundamental value** of a security is the price at which its expected return equals its market capitalization rate
- Sometimes called the **intrinsic value** (内在价值)
- Example: $\beta = 1.25$, $E(r_m) = 12\%$ and $r_f = 4\%$
- Then
$$k = r_f + \beta(E(r_m) - r_f) = 4 + 1.25(8) = 14\%$$
- If $E(P_1) = \$52$ and $E(D_1) = \$4$, what's the fundamental value V_0 ?
$$E(r) = \frac{56 - V_0}{V_0} = 0.14,$$
so $V_0 = \$49.12$ (验证为合理价, 49.12为under price)
- If $P_0 = \$48$, the security is underpriced

- 被低估的资产其实就是资产价格低于fundamental value的资产，其实就是期望收益E(r)大于市场资本化率k的资产（市场资本化率可以通过类似CAPM的计算公式得出）。

Dividend Discount Model（股利贴现模型）

- By definition

$$k = \frac{D_1 + P_1 - V_0}{V_0}$$

so

$$V_0 = \frac{D_1 + P_1}{1 + k}$$

- While D_1 is quite predictable, P_1 is not
- But suppose $P_1 = V_1$ (future fundamental value)
- Then

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{V_1}{1 + k}$$

- But by definition

$$V_1 = \frac{D_2 + P_2}{1 + k}$$

- So if $P_2 = V_2$ then:

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{V_2}{(1 + k)^2}$$

- Reasoning in this way we get an infinite series
- But this is even harder to estimate!

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{D_3}{(1 + k)^3} + \dots$$

- 假设 $P1=V1$ ， $P2=V2$...以此类推，因此可以得出 $V0 = \frac{D1}{1+k} + \frac{D2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{Dn}{(1+k)^n}$ 我们可以假设股息是以g为年增长率进行增长的 $Dn = D1(1 + g)^{n-1}$ ，因此此时V0仅仅与D1，k，g有关系，我们定义 $x = \frac{1+g}{1+k}$ ，因此利用等比数列求和公式我们有 $V0 = \frac{D1}{k-g}$ ，这个就是股利贴现模型之中的fundamental value的计算方式。
- k的含义是市场资本化率，是用CAPM公式求出的，这个率代表如果将钱放置在市场之中，其获取收益的平均率。g的含义是股息的增长率，V0就是当前的fundamental value。DDM模型在k<g的时候就会失效，这是因为其分母变为负数，从直觉上看，k<g代表股利增长率大于市场资本化率，因此随着时间不断增长，这个值将趋向于正无穷。
- V0作为fundamental value，其价值应该反映的就是股票当前理论上应该具有的价值。由此可知，提高股息分红、降低市场资本化率、股息增长速度变快都会使得股价提高。（ $V0 = \frac{D1}{k-g}$ ）
- DDM模型也无法解释无股利的股票。
- Multistage DDM Model:

- Recall that the current fundamental value is

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{D_3}{(1 + k)^3} + \frac{D_4}{(1 + k)^4} + \frac{D_5}{(1 + k)^5} \dots$$

- The fundamental value in period 3 is therefore

$$V_3 = \frac{D_4}{1 + k} + \frac{D_5}{(1 + k)^2} + \dots$$

- So

$$\frac{V_3}{(1 + k)^3} = \frac{D_4}{(1 + k)^4} + \frac{D_5}{(1 + k)^5} + \dots$$

- And

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{D_3}{(1 + k)^3} + \frac{V_3}{(1 + k)^3}$$

- Since we have constant dividend growth after year 3:

$$V_3 = \frac{D_4}{k - g}$$

- So

$$V_0 = \frac{D_1}{1 + k} + \frac{D_2}{(1 + k)^2} + \frac{D_3}{(1 + k)^3} + \frac{D_4}{(1 + k)^3(k - g)}$$

- If $D_1 = D_2 = D_3 = 0$, $D_4 = \$2$, $g = 5\%$, and $k = 12\%$, then

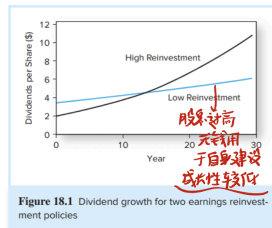
$$V_0 = \frac{2}{(1.12)^3(0.07)} = \$20.34$$

- $V0 = \frac{D1}{1+k} + \frac{D2}{(1+k)^2} + \frac{D3}{(1+k)^3} + \frac{V3}{(1+k)^3}$ ，利用这个公式，再加上已知的D4开始实现永续年金，可以截断求出V0。 $V3 = \frac{D4}{k-g}$ ，而 $D1=D2=D3=0$ ，因此可以求出V0的值。
- Price Earnings Ratios:
- 如果公司的盈利是E1，盈利的部分之中一部分作为收益留存继续促进公司发展，另一部分则作为股利发放，设收益留存率是b，因此 $D1 = (1 - b)E1$ ； $P0 = \frac{(1-b)E1}{k-g}$ ，我们定义ROE为公司利用资源创造收益的效率， $g=ROE * b$

- $g = ROE \times b$ (其中 g 为增长率, ROE 为净资产收益率, b 为留存比率)
- constant growth rate of dividends, earnings and equity (asset)
- a higher retention ratio (reinvestment) entails a higher growth rate at the cost of lowering current dividend

$= Pb$ $Networth = N$ \checkmark 产生用净钱

Period t	Earning E_t	Dividend D_t	Equity N_t
1	NR	$NR(1-b)$	$N(1+Rb)$
2	$NR(1+Rb)$	$NR(1-b)(1+Rb)$	$N(1+Rb)^2$
3



- No reinvestment:

$$P_0 = \frac{D_1}{k} = \frac{E_1}{k} = \frac{5}{12.5\%} = 40$$

- Reinvest 60% Earnings

$$g = ROE \times b = 15\% \times 60\% = 9\%$$

$$E_1(1-b) = 5 \times 40\% = 2$$

$$P'_0 = \frac{E_1(1-b)}{k-g} = \frac{2}{12.5\% - 9\%} = 57.14$$

- where N is the equity in period 0, R is ROE constant over time

- 如果reinvest的价值较多, 则公司成长性可能会更好。
- $P_0' = \frac{E_1}{k} + PVGO$, 此时PVGO代表的就是当前项目能够带来的额外收益率, 对于一些类似可口可乐的大公司, 其用股利继续发展公司的价值比公司折价的速度还要慢, 因此其还不如将股利分发给投资者。
- $P/E = \frac{1-b}{k-g}$, 市盈率, 即公司需要以当前的盈利能力盈利多少年才能赚回市值。如果市盈率大于当前值(>), 则代表资产是被高估的。

Lecture19. Option Strategies and Put-Call Parity

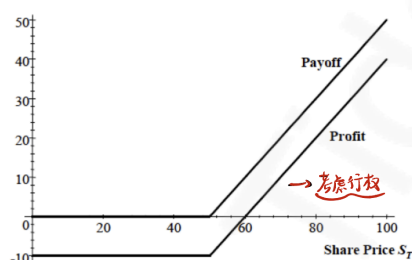
- Options:

- 给holder以一个标定资产以strike price在交割日或者交割日之前交易的机会。
- 看涨期权给持有者的是以特定价格买资产的权利, 看跌期权则是以特定价格卖资产的权利。美式期权可以提前行权, 而欧式期权不支持提前行权。选择行权的时候被称之为实值期权, 不选择行权的时候被称之为虚值期权。

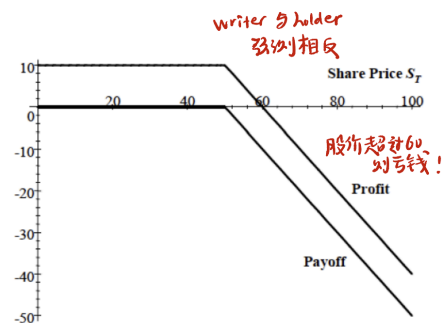
- 看涨期权:

- 如果strike price是 X , 股票价格是 S_T , 期权费是 C 的话, 则 $S_T \leq X$ 的时候选择不行权, 此时payoff是0, $S_T > X$ 的时候payoff是 $S_T - X$ 。

Payoff & Profit: $X = 50, C = 10$



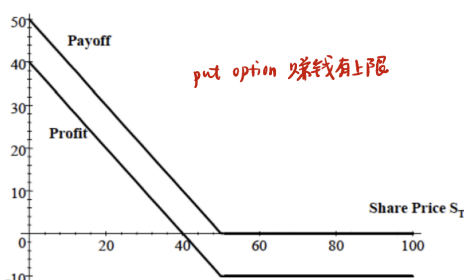
Payoff & Profit to Writer



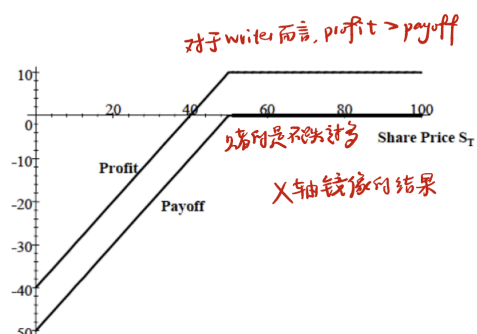
- 看跌期权:

- 如果strike price是 X , 股票价格是 S_T , 期权费是 P 的话, 如果 $S_T < X$ 的话则行权, 此时期权持有者可以以 S_T 的价格购买一股, 并且立刻卖掉, 赚取 $X - S_T$ 的价格。如果 $S_T \geq X$ 的话则不行权, 此时期权作废。

Payoff & Profit: $X = 50, P = 10$



Payoff & Profit to Writer



- Covered Call (抛补看涨期权)

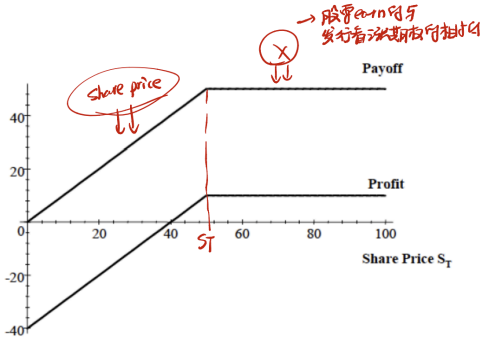
- 购买股票的同时发行看涨期权，此时如果股价上涨，则发行看涨期权获利减少，由此可以对

$S_T = 50$

	$S_T \leq 50$	$S_T > 50$
Call Payoff	0	$X - S_T$
Stock Payoff	S_T	S_T
Total Payoff	S_T	X

冲风险。当股票价格低于Strike Price的时候，对于看涨期权，其payoff是0，当股票价格高于Strike Price的时候，对于看涨期权其payoff是 $X - S_T$ ，而买股票的花销是 S_0 ，发行看涨期权的收益是 C ，因此 $\text{Profit} = \text{Payoff} - S_0 + C$ ，其中 S_0 必须大于 C ，否则就会形成套利。

Profit and Payoff: Covered Call

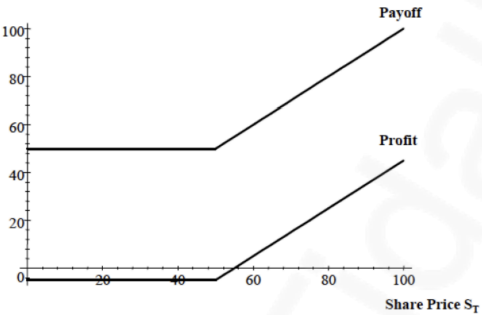


- Protective Put (保护看跌期权)

	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Put Payoff	$X - S_T$	0
Stock Payoff	S_T	S_T
Total Payoff	X	S_T

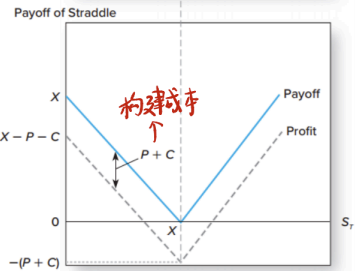
- 购买股票的同时购买看跌期权，可以用于抵抗剧烈变化。股票和购买看跌期权都需要钱，因此 $\text{Profit} = \text{Payoff} - S_0 - P$ 。购买

Profit and Payoff: Protective Put



- 根据一价法则，如果两个资产的cashflow一致，则其构建成本必须一致。
- Straddle Strategy:
- 同时买同一个价格和同一个expire date的看涨期权和看跌期权，适合于已知股价会大幅变化，但是不知道变化方向的情景。

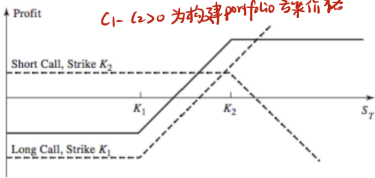
	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Buy Call Payoff	0	$S_T - X$
Buy Put Payoff	$X - S_T$	0
Total Payoff	$X - S_T$	$S_T - X$



- Spread Strategy:
- spread: 在同一个到期日买入和卖空多个相同类别的期权，唯一的不同是行权价并不同。
- Bull Spread: 买入一个较低价的看涨期权和发行一个较高价的看涨期权。

	$S_T \leq X_1$	$X_2 \geq S_T > X_1$	$S_T > X_2$
Buy Call (K_1) Payoff	0	$S_T - X_1$	$S_T - X_1$
Short Call (K_2) Payoff	0	0	$X_2 - S_T$
Total Payoff	0	$S_T - X_1$	$X_2 - X_1$

- Bull spread can also be created using two put options.



- 构建方案的价格是 $C_1 - C_2 > 0$ ，其中买入的时候需要花费 C_1 ，而发行的时候可以获得 C_2 。总体构建是需要花费正金额的。
- Bear Spread：同时买入和发行看跌期权
- Butterfly Spread：买两个Call Option (C_1 , C_3)，发行两个Call Option (C_2)，其中 $X_1 < X_2 < X_3$ 且 $X_1 + X_3 = 2X_2$ 。波动小的时候获利。
- Put-Call Parity：
- 利用一价法则，构建两个拥有完全相同的payoff的投资组合。
- Call plus Bills：买看涨期权和T-Bills，其中T-Bills的面值与看涨期权的strike price是一致的。

- Payoffs from call-plus-bills:

	$S_T \leq X$	$S_T > X$
Call Payoff	0	$S_T - X$
Bills Payoff	X	X
Total Payoff	X	S_T

构建投资组合需要花费的钱是 $C + \frac{X}{(1+rf)^T}$ ，此时这个投资组合的cashflow与protective put是完全一致的，根据一价理论，此时二者构建费用应该完全一致，即 $S_0 + P = C + \frac{X}{(1+rf)^T}$ ，其中 S_0 是股价， P 是购买看跌期权的价格， C 是购买看涨期权的价格， X 是strike price， rf 是risk free rate， T 是看涨期权和T-bills相同的截止时间。

- 如果 $S_0 + P < C + \frac{X}{(1+rf)^T}$ ，则long左侧的投资组合，short右侧的投资组合。
- 也就是说，只要给出看涨期权的价格，则看跌期权的价格锁死（No APT scenario）
- 如果存在dividend的话， $S_0 + P = C + \frac{X + Dt}{(1+rf)^T}$

Lecture20. Options Pricing

- 没有dividend的情况下，就算卖给别人也不会选择提前行权，因此American Call的价格等同于European Call，即需要证明 $S_0 - X < C$ ，其中卖给他人即是发行看涨期权，其收到的收益是 C ，而直接获利了结的时候收益是 $S_0 - X$ 。证明根据Call+bill与stock的收益对比可以得出，可

Handwritten notes and formulas:
 $Call + bill \text{ 组合: } C_0 + \frac{X}{(1+rf)^T}$
 $S_0 < C_0 + \frac{X}{(1+rf)^T} < C_0 + X$
 即可得

以使得call+plus bill的收益高于stock，因此

- $S_0 - X < C < S_0$** ，但是如果考虑分红dividend的话，不能保证永远不会提前交易。同理American Put的提前行权是有可能的（公司破产，股价归零）。
- American Call = European Call，但是American Put \geq European Put

Example

Handwritten notes for the example:
 假设 $S_0 = 100$
 $S^+ = 200 \Rightarrow C^+ = 75$
 $S^- = 50 \Rightarrow C^- = 0$
 若买入两个 call option 则 $200 - 150 = 50$, $50 - 0 = 50$
 因此 $S_0 \rightarrow C_0 = PV(50) = \frac{50}{1.08}$
 strike price $X = 125$
 $rf = 8\%$

- Suppose

$S_0 = 100, S^- = 50, S^+ = 200, X = 125, T = 1, rf = 8\%$

- Then what are C^+ and C^- ?

	$S_T = 50$	$S_T = 200$
Call Payoff	0	75

- Suppose $C = \$25$ (option is underpriced)

- Buy two calls (for \$50), short a share (to get \$100), buy bills with face value 50 (at cost $50/1.08 = 46.30$)

	Current Cash Flow	Future Cash Flow	
		$S_T = 50$	$S_T = 200$
Buy Calls	-50	? 0	? 150
Short Stock	+100	? -50	? -200
Buy Bills	-46.30	? 50	? 50
Total	3.70	? 0	? 0

套利利润

total cashflow = 0

- 通过构建出一个risk free assets就可以计算出 C_0 （看涨期权购买价格）。short两个call option的同时购买一个stock，则此时现金流恰好为50，不随状态发生变化，故此时可以用present value和risk free计算，确定 C_0 的定价。
- 如果 C 与 C_0 定价不一致的时候，可以构建套利组合，其根本在于利用risk free asset和stock模拟call或者用risk free asset和call模拟stock，使得现金流为0的同时获得正收益。
- 对冲比率： $H = \frac{C^+ - C^-}{S^+ - S^-}$ 代表购买一份额的看涨期权需要多少股的股票来对冲风险。

- What's the future cash flow?

	$S_T = S^-$	$S_T = S^+$
Stock (H Shares)	HS^-	HS^+
Call option (written)	$-C^-$	$-C^+$
Total	$HS^- - C^-$	$HS^+ - C^+$

$HS^- - C^- = HS^+ - C^+ \Rightarrow H = \frac{C^+ - C^-}{S^+ - S^-}$

- 用公式直接就可以推导出对冲比率的计算方式，利用Hedge Ratio就可以推导出C0的计算公式
- 多期计算：从后向前进行推导，首先利用公式计算出H，之后带入股票价格和看涨期权价格计算出现金流，此时的现金流应该等于HS+-C+，再折现就是等式，此时可以解出C。

Finding the Call Premium

- Step 1: Up Node (Buy H shares, Short 1 Call)

$$S^+H - C^+ = 121H - 11 = 104.50H \Rightarrow H = \frac{2}{3}$$

$\text{cash flow} = \frac{2}{3} \times 104.5$

$$S^+H - C^+ = \frac{2}{3} \times 104.50 = 66.425 \Rightarrow C^+ = 6.909$$

- Step 2: Down Node

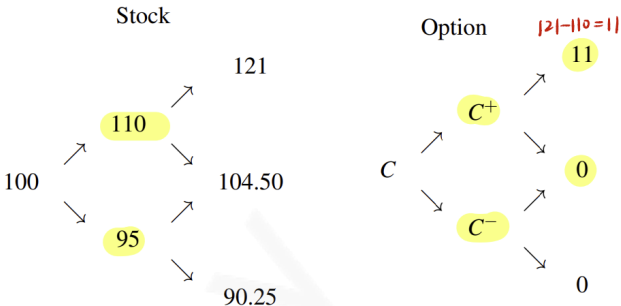
$$C^- = 0$$

- Step 3: C_0 (Buy H shares, Short 1 Call)

$$110H - 6.909 = 95H \Rightarrow H = 0.4606$$

$$SH - C = 0.4606 \times \frac{95}{(1.10)^{1/2}} = 41.721 \Rightarrow C = 4.339$$

Values Trees



- 这种求解思路更为流畅，利用对冲比率的定义，两种现金流相等的方式解出H，之后再用两种方式计算现金流，一个是列式，另一个考虑折现。
- 二叉树模型：
- $C_0 = \frac{1}{R}(qCu + (1 - q)Cd)$ ，这其中 $R = 1 + rf$ ， $q = \frac{R-d}{u-d}$ ，Cu和Cd分别是期权上涨和下落的价格，u和d分别是上升和下降因子，比如说从100涨到110，则 $u=1.1$ ， $d=1/u$ 。

Lecture21. Futures

- 期货：在特定时间以特定的价格交割一个财产，交割是强制性的，不是义务或者选择性的。这其中有多头和空头，其中多头是以一定的价格购买一方，空头是以一定的价格售卖一方。
- 对于多头，其收益是 $S_T - F_0$ ，而空头是其相反数，二者是零和博弈
- 期货一般会找清算所进行交割，清算所同时成为二者的对手方，大量接管的情况下自身的净头寸几乎为0，需要先缴纳保证金。人们购买期货的主要原因是对冲和投机。
- 基差：Basis = Spot Price - Future Price
- 期货平价定理：
- 存储大宗货物需要花费C，当前购买需要花费 S_0 ，这时的总成本是 $C + S_0$ ，而直接购买期货合约的价格是P， $P = C + S_0$ 才能满足无套利的原理，否则都可以建立出套利机会，如果 $P < C + S_0$ 则可以做空实物商品，在交割日以P的价格交割，如果 $P > C + S_0$ 则可以购买大量的大宗商品，同时做空期货合约，等到交割日的时候直接交付。

Hedge Example

- Let S_T denote value of index at time T
- Profit to short futures position: $F_0 - S_T$
- Cash flows:

	Current Cash Flow	Future Cash Flow
Buy Index	$-S_0$	$S_T + D$ 分红
Short Futures Position	0	$F_0 - S_T$
Total	$-S_0$	$F_0 + D$

- Rate of Return for the hedge: $\frac{(F_0 + D) - S_0}{S_0}$ 收益率

- But the portfolio is (essentially) risk-free!

$$\frac{(F_0 + D) - S_0}{S_0} = rf$$

- 由于期货合约一开始并不需要付款，直到期货结束的时候才会以期货合约价减去股票价格进行计算和兑现。因此期货合约一开始的现金流为0，因此我们可以得出收益率是 $\frac{(F_0 + D) - S_0}{S_0} = rf$ ，我们整理后有 $F_0 + D = S_0(1 + rf)$ ，定义 $d = D/S_0$ 为股息率，因此 $F_0 = S_0(1 + rf - d)$ ，其中 F_0 是future price， S_0 是strike price。对于T年的情况，只需要将其乘上T次幂即可。

- Example: suppose $F_0 < S_0(1+r_f-d)^T$ *long future, short stock*

- What would an arbitrage portfolio look like?
 - ▶ If the futures price is too low, go long futures, short the stock and invest the proceeds at the risk free rate

Covered Interest Arbitrage (国际金融套利):

Covered Interest Arbitrage *借美元，存欧元，产生(1+i€)的利息，然后兑换回美元*

- Exchange rate quotation is the amount of USD per EUR (indirect)

<i>借美元</i>	<i>美元计价</i> $CF_0 (\$)$	$CF_1 (\$)$
borrow 1\$ and convert to $\frac{1}{S_0} \text{€}$	1	$-(1+i_s)$
<i>存欧元</i> lend $\frac{1}{S_0} \text{€}$	-1	$(1+i_€)\frac{1}{S_0}$
<i>套利</i> $\frac{1+i_€}{S_0} \times \text{FWDs to sell 1€ for } F_0\$$	0	$\frac{1+i_€}{S_0}(F_0 - S_1)$ <i>套利</i>
Total	0	$(1+i_€)\frac{F_0}{S_0} - (1+i_s)$

- Consider an investor with 5 million USD to invest *short € in one year*
 - ▶ annual deposit rates (存款利率) in the US: $i_s = 3.4\%$
 - ▶ annual deposit rates in the EU: $i_€ = 4.6\%$
 - ▶ spot exchange rate (amount of USD per EUR): $S_{\$/\text{€}} = 1.2730$
 - ▶ suppose the forward price for a 1-yr contract is $F_{\$/\text{€}} = 1.3000$
- Consider the following strategy to construct portfolio
 - ▶ borrow 5 mil USD at $i_s = 3.4\%$ in the US, and convert to EUR at the spot rate $S_{\$/\text{€}} = 1.2730$
 - ▶ invest EUR at $i_€ = 4.6\%$ in the EU
 - ▶ engage in the forward contract to buy USD at forward price $F_{\$/\text{€}} = 1.3000$

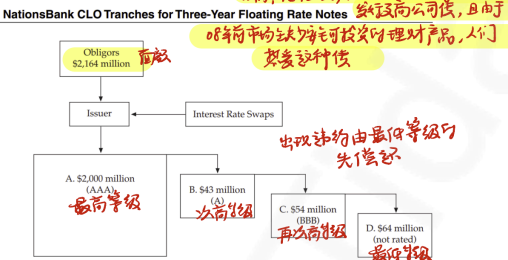
- For each dollar invested, the profit is **risk-free**
 $\frac{1.046 \times 1.3000}{1.2730} - 1.034 = 0.0342$
- total profit is $5 \times 0.0342 = 0.17$ million USD
- No arbitrage condition implies **covered interest parity** (CIP)

$(1+i_€)\frac{F_0}{S_0} = (1+i_s)$

- 现金流的计算一律按照美元计价，基本思路就是借美金，将其转化为欧元，然后在欧元银行中存一年，之后通过一年前签订的指定金额的换汇期货合约将欧元转化为美金，赚取利差。
- 借出一美金，未来现金流为 $-(1+i_s)$ ，同理，借给他人一美金等值的欧元，未来现金流是正的，但是应该转化为美金计价。再之后是利用期货合约，获得的现金流是期货价-真实兑换价，此时会发现真实兑换价会被消去，证明这个值对最终结果无作用。
- 抛补利率平价CIP: $(1+i_@)\frac{S_0}{F_0} = (1+i!)$ ，代表不存在套利空间。
- 汇率稳定、自由资本流动、独立货币政策是不可能三角。

Lecture22. Structured Finance

Collateralized debt obligations (CDOs) are prototypical structured finance vehicles. The diagram below depicts the contractual structure of a CDO.



- 分级发放，不同的等级制，亏损的时候从最低等级开始计算起。
- CDO可以打包形成CDO^2等金融衍生品，这个举措降低了借款者的信用，而且评级机构没有认真探寻风险关联，高估了各个CDO的相关信用，进而酿成次贷危机。

Lecture23. Financial Fragility

- 存在长线投资者和短线投资者，银行只知道他们的人群比例，但是不知道具体个人的倾向性， $U_{sh} = 2\sqrt{c1}$, $U_{lh} = \sqrt{c1 + c2}$ ，分为三个时段，第一个时段之中消费者可以选择存款还是投资长线项目，第二个时段的时候如果消费者是短线，则会拿走回报，第三时段的时候长线消费者会拿走自己的回报。

Consumer's Choice

Nobody knows their type at T_0 . But they know there's a 40\$ chance of needing cash urgently (SH) and 60% chance of being able to wait (LH). *40%是SH, 60%是LH*

Here are the payoffs to the consumer's alternatives, by withdrawal time:

T_0	T_1	T_2
Invest \$1 in project	Liquidate for \$1.00	Sell project for \$ 2.25
Deposit \$1 in bank	Withdraw \$1.10	Withdraw \$2.10
	<i>10%</i>	<i>110%</i>

Consumers decide which alternative to take based on **expected utility**:

$E[U|Invest] = (0.40)(2\sqrt{1.00}) + (0.60)(\sqrt{2.25}) = 1.70$

$E[U|Deposit] = (0.40)(2\sqrt{1.10}) + (0.60)(\sqrt{2.10}) = 1.71$

- The bank pays just enough to entice consumers to deposit their funds.

The bank creates value for consumers by diversifying risk:

- T_0 : consumers deposit \$100 in the bank and the bank uses these funds to invest \$100 in long-horizon projects.
- T_1 : 40 short-horizon consumers demand $40 \times \$1.10 = \44 , so the bank liquidates 44 shares early at \$1.00 each. *银行充当SH*
- T_2 : the bank earns $\$6 \times \$2.25 = \$126$ on the remaining shares and pays out $60 \times \$2.10 = \126 to the patient consumers.

Note that the bank earns just enough to pay the rates it offers. Consumers get all of the economic surplus generated by the bank's value creation.

- 消费者存钱之后银行用这些钱投资长线项目，短线消费者取走钱后银行将之后的钱继续放在长线项目之中，等到给长线消费者交付。此时如果有事情发生，使得大部分人都变成短线消费者，则会使得长线消费者无法获得利润，因此长线消费者也会变为短线消费者。
- 解决方案：禁止取款、最后贷款人（找中央银行）、存款保险（有保额）
-

@TidallHarley